

2012年 医学部 第1問

1 正の奇数 p に対して, 3つの自然数の組 (x, y, z) で, $x^2 + 4yz = p$ を満たすもの全体の集合を S とおく. すなわち,

$$S = \{(x, y, z) \mid x, y, z \text{ は自然数, } x^2 + 4yz = p\}$$

次の問いに答えよ.

- (1) S が空集合でないための必要十分条件は, $p = 4k + 1$ (k は自然数) と書けることであることを示せ.
- (2) S の要素の個数が奇数ならば S の要素 (x, y, z) で $y = z$ となるものが存在することを示せ.