

2014年人間科学第5問

5 $a > 0$ とする. 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = (x-1)(x^2 - 2x - 3ax + 2a + 2a^2)$$

とし, $y = f(x)$ で表される曲線を C とする. C は x 軸と 3 つの異なる交点を持ち, その中の 1 つを点 $P(1, 0)$ とし, 残り 2 つを x 座標の小さい方から点 A と点 B とする. 点 P が点 A と点 B の間にあるとき, 以下の問に答えよ.

- (1) 点 P における C の接線 l の方程式を a を用いて表せ.
- (2) a の範囲を求めよ. また, 点 A と点 B の座標を a を用いて表せ.
- (3) 点 A と点 P を通る放物線 D を $y = g(x)$ とする. D の点 P における接線が (1) で求めた l と一致するとき, $g(x)$ を a を用いて表せ. さらに, 定積分

$$I = \int_0^1 g(x) dx$$

の値を a を用いて表せ.