津田塾大学

2013年 学芸（国際関係）第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ $f(x)=2x^3-6x+1$ とし，曲線 $y=f(x)$ を C とする．

(1) C 上の点 $(a,\ f(a))$ における接線の方程式を求めよ．

(2) (1)で求めた接線を y 軸方向に $+1$ 平行移動した直線を ℓ とする．ℓ と C が接するときの a の値を求めよ．

(1) $f'(x)=6x^2-6$

∴ 接線は $y=(6a^2-6)(x-a)+2a^3-6a+1$

∴ $\underline{y=6(a^2-1)x-4a^3+1}$ //

(2) $\ell:\ y=6(a^2-1)x-4a^3+2$

$f(x)-6(a^2-1)x+4a^3-2=0$

$2x^3-6a^2x+4a^3-1=0$ これが重解とそれとは異なる解をもてばよい

∴ $g(x)=2x^3-6a^2x+4a^3-1$ とおくと．

$g'(x)=6x^2-6a^2$

$=6(x+a)(x-a)$

$a>0$ のとき．

x	$\cdots$	$-a$	$\cdots$	a	$\cdots$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	↗	$8a^3-1$	↘	-1	↗

$a=0$ のとき．

x	$\cdots$	0	$\cdots$
$g'(x)$	$+$	0	$+$
$g(x)$	↗	-1	↗

$a<0$ のとき．

x	$\cdots$	a	$\cdots$	$-a$	$\cdots$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	↗	-1	↘	$8a^3-1$	↗

重解をもつのは．

$$\begin{cases} a>0 \text{ かつ } 8a^3-1=0 \\ a<0 \text{ かつ } 8a^3-1=0 \end{cases}$$

よって．$\underline{a=\frac{1}{2}}$ //