



2013年 医学部 第2問

- 2 a を正の定数とする。 n を 0 以上の整数とし、多項式 $P_n(x)$ を n 階微分を用いて

$$P_n(x) = \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - a^2)^n \quad (n \geq 1), \quad P_0(x) = 1$$

とおく。以下の問いに答えよ。

- (1) $n = 2$ および $n = 3$ に対して

$$P_2(-a), \quad P_3(-a)$$

を求めよ。

- (2) $u = u(x)$, $v = v(x)$ を何回でも微分可能な関数とする。そのとき、**ライプニッツの公式**

$$(uv)^{(n)} = {}_nC_0 u^{(n)}v + {}_nC_1 u^{(n-1)}v' + \cdots + {}_nC_k u^{(n-k)}v^{(k)} + \cdots + {}_nC_{n-1} u'v^{(n-1)} + {}_nC_n uv^{(n)}$$

を数学的帰納法を用いて証明せよ（ただし、 $n \geq 1$ ）。ここで、 $w^{(k)}$ は $w = w(x)$ の第 k 次導関数を表し、また $w^{(0)} = w$ とする。

- (3) 一般の n に対して

$$P_n(-a), \quad P_n(a)$$

を求めよ。