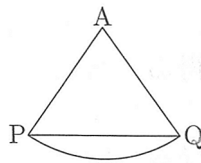


2011年 医学部 第3問

3 平面上の点  $A$  を中心とする半径  $a$  の円から、中心角が  $60^\circ$  で  $AP = AQ = a$  となる扇形  $APQ$  を切り取る。つぎに線分  $AP$  と  $AQ$  を貼り合わせて、 $A$  を頂点とする直円錐  $K$  を作り、これを点  $O$  を原点とする座標空間におく。

$A, P$  はそれぞれ  $z$  軸,  $x$  軸上の正の位置にとり、扇形  $APQ$  の弧  $PQ$  は  $xy$  平面上の  $O$  を中心とする円  $S$  になるようにする。

また弦  $PQ$  から定まる  $K$  の側面上の曲線を  $C$  とする。



以下の問いに答えよ。

- (1)  $S$  の半径を  $b$  とする。  $S$  上の点  $R(b \cos \theta, b \sin \theta, 0)$  ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ) に対し、  $K$  上の母線  $AR$  と  $C$  の交点を  $M$  とする。  $b$  と線分  $AM$  の長さを  $a$  と  $\theta$  を用いて表せ。
- (2) ベクトル  $\vec{OM}$  を  $xy$  平面に正射影したベクトルの長さを  $r$  とする。  $r$  を  $a$  と  $\theta$  を用いて表し、定積分

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \{r(\theta)\}^2 d\theta$$

を求めよ。ただし、ベクトル  $\vec{OE} = (a_1, a_2, a_3)$  を  $xy$  平面に**正射影したベクトル**とは  $\vec{OE}' = (a_1, a_2, 0)$  のことである。