



2011年理系2第3問

3 a は実数とする. 多項式 $f(x)$, $g(x)$ が

$$f(x) = ax^2 + x + \int_0^1 g(t) dt, \quad g(x) = -x^2 + 2x + \int_{-1}^1 f(t) dt$$

を満たすとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) $\int_0^1 g(t) dt$, $\int_{-1}^1 f(t) dt$ の値を a を用いて表せ.
- (2) 方程式 $f(x) = g(x)$ が実数解をもつときの a の値の範囲を求めよ.
- (3) $g\left(\frac{2}{3}\right) = 0$ のとき, 2つの関数 $y = f(x)$, $y = g(x)$ のグラフで囲まれる部分の面積を求めよ.