



2014年教育・経済学部第4問

4 関数 $f_0(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, $f_4(x)$ は, $n = 0, 1, 2, 3$ に対して, $f_n(0)$ が 0 に一致しないときか一致するときかという場合に応じて $f_{n+1}(x)$ を $f_n(x)$ から定める関係式

$$f_{n+1}(x) = \begin{cases} \frac{d}{dx} f_n(x) & (f_n(0) \neq 0) \\ \int_0^x f_n(t) dt + 1 & (f_n(0) = 0) \end{cases}$$

をみたしているとする.

- (1) $f_0(x) = x$ のとき, $f_4(x)$ を求めよ.
- (2) $f_1(x) = 0$ ならば, $f_0(x)$ は定数であることを証明せよ.
- (3) $f_2(x) = 0$ ならば, $f_0(x) = ax + b$ (a, b は定数) と表されることを証明せよ.