



2016年理学部第4問

4 四面体  $OABC$  において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とし、頂点  $O$  から  $\triangle ABC$  を含む平面に下ろした垂線の足を  $H$  とする。また、四面体  $OABC$  は

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1, \quad \angle AOB = \angle BOC = \frac{\pi}{3}$$

を満たすものとし、 $\angle AOC = \theta$  ( $0 < \theta < \frac{2}{3}\pi$ ) とする。次の問いに答えよ。

- (1) 内積  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$  を求めよ。
- (2)  $\triangle ABC$  の面積を求めよ。
- (3)  $\overrightarrow{OH} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$  を満たす  $s, t, u$  を求めよ。
- (4)  $|\overrightarrow{OH}|$  を求めよ。
- (5)  $0 < \theta < \frac{2}{3}\pi$  のとき、四面体  $OABC$  の体積の最大値を求めよ。