

2010年工学域(中期)第4問

4 次の問いに答えよ。

(1)  $a$  を正の定数とすると、関数

$$f(x) = \log(x + \sqrt{a + x^2})$$

の導関数  $f'(x)$  を求めよ。(2)  $t = \sqrt{3} \tan \theta$  とおくことにより、定積分

$$I = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(3+t^2)^3}}$$

を求めよ。

(3)  $0 \leq x \leq 1$  であるすべての  $x$  に対して、不等式

$$\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{(3+t^2)^3}} \geq k \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{3+t^2}}$$

が成り立つための実数  $k$  の範囲を求めよ。ただし、 $\log 3 = 1.10$  とする。