



2011年第4問

4 空間内の四面体 $OABC$ について、 $\angle OAC = \angle OAB = 90^\circ$ 、 $\angle BOC = \alpha$ 、 $\angle COA = \beta$ 、 $\angle AOB = \gamma$ 、 $OA = 1$ とする。ただし、 α 、 β 、 γ はすべて鋭角で、 $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ 、 $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 、 $\cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}$ である。三角形 ABC の外接円を S とし、その中心を P とする。以下の問に答えよ。

- (1) 辺 BC の長さを求めよ。
- (2) $\theta = \angle BAC$ とするとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (3) 線分 OP の長さを求めよ。
- (4) 円 S の周上に点 D をとり、線分 AD と線分 DB の長さをそれぞれ $AD = x$ 、 $DB = y$ とする。 $x + y$ の最大値とそれを与える x 、 y を求めよ。