

2011年工学域(中期)第3問

3 座標平面内において、楕円  $x^2 + \frac{y^2}{3} = 1$  の  $x \geq 0, y \geq 0$  の部分の曲線を  $C$  とする。  $x_0 > 0, y_0 > 0$  とし、曲線  $C$  上に点  $P(x_0, y_0)$  をとり、点  $P$  における曲線  $C$  の法線を  $l$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 直線  $l$  と  $x$  軸との交点を  $(x_1, 0)$  とするとき、 $x_1$  を  $x_0, y_0$  を用いて表せ。
- (2)  $x_0 = \cos \theta, y_0 = \sqrt{3} \sin \theta$  と表す。このとき、曲線  $C$  と直線  $l$  および  $x$  軸とで囲まれた部分の面積  $S(\theta)$  を  $\theta$  を用いて表せ。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  とする。
- (3)  $\theta$  が  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  の範囲を動くとき、(2) で求めた面積  $S(\theta)$  の最大値を求めよ。