



2014年 理学部 第4問

4 実数 a, b は $a > b > 0$ および $a^2 - b^2 = 2ab$ を満たすとする. xy 平面上で $(a \cos \theta, b \sin \theta)$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) によって媒介変数表示された楕円を C とする. 点 $P(b \cos t, a \sin t)$ ($0 < t < \frac{\pi}{2}$) と C 上の動点 $Q(a \cos \theta, b \sin \theta)$ に対し, $f(\theta) = |\overrightarrow{PQ}|^2$ とおく.

- (1) $f'(\theta) = 0$ であるとき, $\sin 2\theta = \sin(\theta - t)$ が成り立つことを示せ.
- (2) $f'(\theta) = 0$ となる θ を t を用いて表せ.
- (3) $f'(\theta) = 0$ となる θ がちょうど3つとなる t の値を求めよ.
- (4) t を (3) で求めた値とする. このとき, $f'(\theta) = 0$ となる各 θ に対応する C 上の3点を頂点とする三角形の面積を a, b を用いて表せ.