

2013年薬学部第3問

3 濃度 $a\%$ の食塩水 300 g が入っている容器 A と、濃度 $b\%$ の食塩水 400 g が入っている容器 B がある。A より 100 g の食塩水をとってそれを B に移し、よくかき混ぜた後に同量を A に戻すとする。この操作を n 回繰り返したときの A, B の食塩水の濃度を求めたい。次の にあてはまる数または式を記入せよ。

(1) 容器 A と容器 B に、最初にあった食塩の量の和は g である。

(2) $n (\geq 1)$ 回の操作の後、容器 A の濃度が $x_n\%$ 、容器 B の濃度が $y_n\%$ になっていたとする。 y_n を x_{n-1} と y_{n-1} を用いて表すと、

$$y_n = \text{} x_{n-1} + \text{} y_{n-1}$$

となる。また、 x_n を x_{n-1} と y_{n-1} を用いて表すと、

$$x_n = \text{} x_{n-1} + \text{} y_{n-1}$$

となる。

(3) 食塩の量の和は一定であることに注意すると、

$$\text{} x_n + \text{} y_n = \text{} x_{n-1} + \text{} y_{n-1} = \cdots = \text{}$$

(4) (3) で与えられた関係式を使って、数列 $\{x_n\}$ の漸化式をつくると、

$$x_n = \text{} x_{n-1} + \text{}$$

となる。この漸化式を解くことによって、 x_n を a と b および n を用いて表すと、

$$x_n = \text{}$$

また、 y_n を a と b および n を用いて表すと、

$$y_n = \text{}$$

となる。