



2014年文系第3問

3 鋭角三角形  $\triangle ABC$  について、 $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  の大きさを、それぞれ  $A$ ,  $B$ ,  $C$  とする。 $\triangle ABC$  の重心を  $G$ , 外心を  $O$  とし、外接円の半径を  $R$  とする。

(1)  $A$  と  $O$  から辺  $BC$  に下ろした垂線を、それぞれ  $AD$ ,  $OE$  とする。このとき、

$$AD = 2R \sin B \sin C, \quad OE = R \cos A$$

を証明せよ。

(2)  $G$  と  $O$  が一致するならば  $\triangle ABC$  は正三角形であることを証明せよ。

(3)  $\triangle ABC$  が正三角形でないとし、さらに  $OG$  が  $BC$  と平行であるとする。このとき、

$$AD = 3OE, \quad \tan B \tan C = 3$$

を証明せよ。