

2010年工学部第1問

1 平面上の点  $P_n, Q_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を次のように定める.

$P_1(0, 0), Q_1(0, 1)$  とする.  $P_n, Q_n$  が定められているとして,  $Q_n$  を中心に  $P_n$  を時計回りに  $\frac{\pi}{2}$  回転させた点を  $P_{n+1}$  とする. さらに,  $P_{n+1}$  を中心に  $Q_n$  を反時計回りに  $\frac{\pi}{2}$  回転させた点と  $P_{n+1}$  の中点を  $Q_{n+1}$  とする. このとき, 以下の問いに答えなさい.

- (1)  $P_2, P_3$  の座標を求めなさい.
- (2) すべての  $P_n$  を通る直線の方程式を求めなさい.
- (3) 線分  $P_nQ_n$  の長さを  $n$  の式で表しなさい.
- (4)  $P_n$  の  $x$  座標を  $x_n$  とおく.  $x_n$  を  $n$  の式で表しなさい.
- (5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  を求めなさい.