

2013年 数学科・物理学科（共通問題）第8問

8 硬貨投げをしたとき，表，裏がそれぞれ  $\frac{1}{2}$  の確率で出る硬貨がある．この硬貨を用いて硬貨投げを  $n$  回繰り返す． $k = 1, 2, \dots, n$  に対し， $k$  回目の硬貨投げの結果に応じて  $a_k$  を次で定める：

$$a_k = \begin{cases} 1 & k \text{ 回目の硬貨投げの結果が表のとき} \\ -1 & k \text{ 回目の硬貨投げの結果が裏のとき} \end{cases}$$

また，この  $a_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) を用いて  $n$  次式  $f(x)$  を  $f(x) = \sum_{k=1}^n a_k x^k$  で定める．

- (1)  $n$  が偶数のとき， $f(x)$  が  $x - 1$  で割り切れる確率を  $n$  を用いて表せ．
- (2)  $n$  が 4 の倍数のとき， $f(x)$  が  $(x - 1)(x + 1)$  で割り切れる確率を  $n$  を用いて表せ．
- (3)  $n$  が 2 以上の自然数のとき， $f(2) = 2$  となる確率を  $n$  を用いて表せ．