

2013年工学域(中期)第4問

4 関数  $f_n(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) を

$$f_1(x) = x,$$

$$f_n(x) = x + \frac{e}{2} \int_0^1 f_{n-1}(t) e^{x-t} dt \quad (n = 2, 3, \dots)$$

によって定める。このとき、以下の問いに答えよ。

(1)  $f_2(x)$  を求めよ。(2)  $a_n = \int_0^1 f_n(t) e^{-t} dt$  とおく。  $n \geq 2$  のとき、 $a_n$  を  $a_{n-1}$  で表せ。(3)  $f_n(x)$  を求めよ。