



2011年文系第3問

3  $a, b, c$  を実数とする. ベクトル  $\vec{v}_1 = (3, 0)$ ,  $\vec{v}_2 = (1, 2\sqrt{2})$  をとり,  $\vec{v}_3 = a\vec{v}_1 + b\vec{v}_2$  とおく. 座標平面上のベクトル  $\vec{p}$  に対する条件

$$(*) \quad (\vec{v}_1 \cdot \vec{p})\vec{v}_1 + (\vec{v}_2 \cdot \vec{p})\vec{v}_2 + (\vec{v}_3 \cdot \vec{p})\vec{v}_3 = c\vec{p}$$

を考える. ここで  $\vec{v}_i \cdot \vec{p}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) はベクトル  $\vec{v}_i$  とベクトル  $\vec{p}$  の内積を表す. このとき以下の問いに答えよ.

- (1) 座標平面上の任意のベクトル  $\vec{v} = (x, y)$  が, 実数  $s, t$  を用いて  $\vec{v} = s\vec{v}_1 + t\vec{v}_2$  と表されることを,  $s$  および  $t$  の各々を  $x, y$  の式で表すことによって示せ.
- (2)  $\vec{p} = \vec{v}_1$  と  $\vec{p} = \vec{v}_2$  の両方が条件 (\*) をみたすならば, 座標平面上のすべてのベクトル  $\vec{v}$  に対して,  $\vec{p} = \vec{v}$  が条件 (\*) をみたすことを示せ.
- (3) 座標平面上のすべてのベクトル  $\vec{v}$  に対して,  $\vec{p} = \vec{v}$  が条件 (\*) をみたす. このような実数の組  $(a, b, c)$  をすべて求めよ.