



2013年理学部第1問

1  $a, b$  を 0 でない実数とし,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a^2 \\ -b^2 & 2ab \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

とする. さらに, 実数  $p$  を,  $B = A - pE$  が  $B^2 = O$  を満たすように定める.

- (1)  $p$  を  $a, b$  を用いて表せ.
- (2) 自然数  $n$  に対し,

$$A^n = sE + tB \quad (s, t \text{ は実数})$$

と表すとき,  $s, t$  を  $n, a, b$  を用いて表せ.

- (3) 自然数  $n$  に対し,

$$A^n \begin{pmatrix} a \\ r \end{pmatrix} = q \begin{pmatrix} a \\ r \end{pmatrix}$$

を満たす実数  $q$  と  $r$  を  $n, a, b$  を用いて表せ.