0001636363638999

埼玉大学

2014年 工学部 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ xy 平面の格子点上に駒「銀」が1枚ある．ただし，格子点とは x 座標と y 座標がともに整数となる点である．1回の操作で，次の(a)，(b)，(c)，(d)，(e)のいずれか1つを等しい確率で選び，駒「銀」を移動させるものとする（下図参照）．

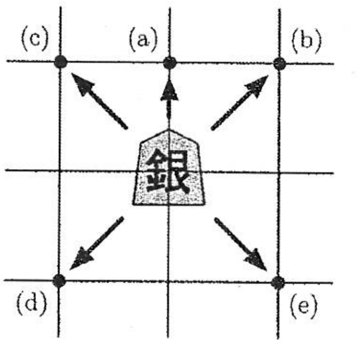
(a) $(x,\ y)$ から $(x,\ y+1)$ に移動させる．
(b) $(x,\ y)$ から $(x+1,\ y+1)$ に移動させる．
(c) $(x,\ y)$ から $(x-1,\ y+1)$ に移動させる．
(d) $(x,\ y)$ から $(x-1,\ y-1)$ に移動させる．
(e) $(x,\ y)$ から $(x+1,\ y-1)$ に移動させる．

最初に駒「銀」は原点 $(0,\ 0)$ にあるものとし，以下の問いに答えよ．

(1) 3回の操作の後，駒が $(1,\ 1)$ にある確率を求めよ．
(2) n 回の操作の後，駒がある点の y 座標は $n-1$ とならないことを示せ．
(3) n 回の操作の後，駒が $(n-1,\ 0)$ にある確率を求めよ．

(1) $d\to b\to b$, $e\to a\to a$, $e\to c\to b$
$c\to e\to b$, $b\to d\to b$, $b\to b\to d$
$a\to e\to a$, $a\to a\to e$, $e\to b\to c$
$c\to b\to e$, $b\to c\to e$, $b\to e\to c$

$\therefore \dfrac{12}{5^3} = \dfrac{12}{125}$ //



(2). (a)(b)(c) が合わせて x 回
$(0 \leqq x \leqq n$, x は整数$)$
起きたとすると，(d)(e)は
合わせて，$n-x$ 回起きている
このとき，駒の y 座標は，
$x-(n-x)$ であるから，
$x-(n-x)=n-1$ が成り立つと仮定すると，
$2(n-x)=1$ となり，(左辺)は偶数に対し，
(右辺)は奇数となり矛盾する $\therefore y$ 座標は $n-1$ とならない ■

(3) (a)が起きた回数を a，(b)が起きた回数を b，… とすると，

~~$x=n-1$ より，$b+e-c-d=n-1$~~
~~$y=0$ より，$a+b+c=d+e$~~

$b+e=n-1$, $a=1$, $c=d=0$
かつ
$a+b=e$

$\therefore a=1$, $b=\frac{n}{2}-1$, $c=d=0$, $e=\frac{n}{2}$

n：偶数なら，
$\left(\frac{1}{5}\right)^n \cdot {}_nC_1 \cdot {}_{n-1}C_{\frac{n}{2}}$
$= \dfrac{{}_nC_{\frac{n}{2}} \cdot n}{2\cdot 5^n}$

$\therefore \begin{cases} n：偶数のとき，\dfrac{n\cdot {}_nC_{\frac{n}{2}}}{2\cdot 5^n} \\ n：奇数のとき\ 0 \end{cases}$ //