



2018年理学部第4問

4 a, b を $a^2 - b^2 = 1$ を満たす正の定数とし, xy 平面において楕円

$$E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

を考える. 楕円 E 上に2点 $P(a \cos \theta, b \sin \theta)$ と $Q(-a \cos \theta, -b \sin \theta)$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) をとる. 点 P で E に接し, 点 Q を通る円を C とする. ここで, C と E が点 P において接するとは, P における C と E の接線が一致することをいう. 次の問いに答えよ.

- (1) 点 P における E の接線の方程式を求めよ.
- (2) 円 C の中心 R の座標と半径 r を a, b と θ を用いて表せ.
- (3) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で θ を変化させるとき, 円 C の半径 r が最大となるときの $\cos \theta$ の値を求めよ. ただし, r の最大値を求める必要はない.