



2013年教育・経済学部第2問

2 すべての項が整数である数列を整数列と呼ぶ.

(1) 整数列  $\{\alpha_n\}$ ,  $\{\beta_n\}$  を次で定める.

$$(5 + 2\sqrt{6})^n = \alpha_n + \sqrt{6}\beta_n \quad n = 1, 2, \dots$$

(i) 数列  $\gamma_n = \alpha_n - \sqrt{6}\beta_n$  は等比数列になることを示し, その一般項を求めよ.

(ii) 一般項  $\alpha_n$ ,  $\beta_n$  を求めよ.

(2) 整数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ ,  $\{c_n\}$ ,  $\{d_n\}$  を次で定める.

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^n = a_n + \sqrt{2}b_n + \sqrt{3}c_n + \sqrt{6}d_n \quad n = 1, 2, \dots$$

(i)  $a_3$ ,  $b_3$ ,  $c_3$ ,  $d_3$  をそれぞれ求めよ.

(ii) 一般項  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $c_n$ ,  $d_n$  を先の  $\alpha_n$ ,  $\beta_n$  を用いて表せ.