



2014年 理学部 第1問

1  $p$  を素数とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $1 \leq r \leq p-1$  を満たす自然数  $r$  に対し、 ${}_p C_r$  は  $p$  で割り切れることを示せ。ただし、 ${}_p C_r$  は  $p$  個から  $r$  個とる組合せの総数を表すものとする。
- (2)  $1 \leq s \leq q-1$  を満たす自然数の組  $(q, s)$  であって、 ${}_q C_s$  が  $q$  で割り切れないものを1組あげよ。
- (3) 自然数  $m, n$  に対し、 $(m+n)^p - (m^p + n^p)$  が  $p$  で割り切れることを示せ。
- (4) 自然数  $n$  に対し、 $n^p - n$  は  $p$  で割り切れることを、 $n$  に関する数学的帰納法を用いて証明せよ。