



2011年理学部第2問

2 曲線  $C: (x-2)^2 + y^2 = 1$  と直線  $l: y = (\tan \theta)x$  を考える. ただし  $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$  とする.  $f(\theta)$  を次の (ア), (イ), (ウ) のように定める.

- (ア)  $C$  と  $l$  の共有点の個数が 1 のとき,  $f(\theta)$  は共有点と原点の距離とする.  
(イ)  $C$  と  $l$  の共有点の個数が 2 以上のとき,  $f(\theta)$  は共有点と原点の距離のうち最も小さいものとする.  
(ウ)  $C$  と  $l$  が共有点を持たないとき,  $f(\theta) = 0$  とする.

さらに,  $C$  と  $l$  が共有点を持つ  $\theta$  の最大値を  $\alpha$  とする. 次の問いに答えよ.

- (1)  $\alpha$  を求めよ.  
(2)  $C$  と  $l$  が共有点を持つとき,  $f(\theta)$  を求めよ.  
(3) 次の積分を計算せよ.

$$\int_0^{\alpha} \{f(\theta)\}^2 d\theta$$