



2014年 文系 第3問

3 次の問いに答えなさい。

- (1) 2つの整数  $a, b$  が  $1 + \sqrt{2} = a + b\sqrt{2}$  を満たすならば,  $a = b = 1$ であることを示しなさい. ただし,  $\sqrt{2}$  が無理数であることは示さなくてよい.
- (2)  $k$  を自然数とする. 2つの整数  $a, b$  が  $(1 + \sqrt{2})^{k+1} = a + b\sqrt{2}$  を満たしているとき,  $(1 + \sqrt{2})^k = a' + b'\sqrt{2}$  を満たす整数  $a', b'$  を  $a, b$  を用いて表しなさい.
- (3) すべての自然数  $n$  に対して,  
命題「2つの整数  $a, b$  が  $(1 + \sqrt{2})^n = a + b\sqrt{2}$  を満たしているならば,  $(1 - \sqrt{2})^n = a - b\sqrt{2}$  である」  
が成り立つことを数学的帰納法を用いて示しなさい.