0002100909987999

埼玉工業大学

2015年 工（A） 第1問　　1枚目／2枚

数理 石井K

1 次の $\boxed{}$ にあてはまるものを入れよ．

(1) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ のとき，

$$\sin\theta\cos\theta=\frac{\boxed{ア}\ 1}{\boxed{イ}\ 8},\quad \tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=\overset{8}{\boxed{ウ}},\quad \sin^4\theta+\cos^4\theta=\frac{\boxed{エオ}\ 31}{\boxed{カキ}\ 32}$$

である．

(2) 恒等式

$$\frac{3}{(2x-1)(x+1)}=\frac{a}{2x-1}+\frac{b}{x+1}$$

が成り立つなら $a=\overset{2}{\boxed{ク}}$，$b=\overset{-1}{\boxed{ケコ}}$ である．

(3) xy 平面上の原点に中心を持つ，半径3の円に，点P(5, 0)から接線を引いた．このとき，接点は2つあり，それらの x 座標は $\dfrac{\boxed{サ}\ 9}{\boxed{シ}\ 5}$ である．また，接線の傾きは $\pm\dfrac{\boxed{ス}\ 3}{\boxed{セ}\ 4}$ である．

(4) 第 n 項が

$$\frac{4}{n-\sqrt{4n+n^2}}$$

で表される数列の極限値は $\overset{-2}{\boxed{ソタ}}$ である．

(1) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ の両辺を2乗して，$\underbrace{\sin^2\theta+\cos^2\theta}_{=1}+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{5}{4}$

$\therefore\ \sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{8}$ //

$$\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{1}{\frac{1}{8}}=8\ //$$

$$\begin{aligned}\sin^4\theta+\cos^4\theta&=(\sin^2\theta+\cos^2\theta)^2-2(\sin\theta\cos\theta)^2\\&=1-2\cdot\left(\frac{1}{8}\right)^2\\&=\frac{31}{32}\ //\end{aligned}$$

(2) 両辺に $(2x-1)(x+1)$ をかけて，$3=a(x+1)+b(2x-1)$

$\therefore\ (a+2b)x+a-b-3=0$

$$\begin{cases}a+2b=0\\a-b=3\end{cases}\qquad \therefore\ a=2,\ b=-1\ //$$

0002100909987999

埼玉工業大学

2015年工（A） 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{}$ にあてはまるものを入れよ．

(1) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ のとき，

$$\sin\theta\cos\theta=\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}},\quad \tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=\boxed{ウ},\quad \sin^4\theta+\cos^4\theta=\frac{\boxed{エオ}}{\boxed{カキ}}$$

である．

(2) 恒等式

$$\frac{3}{(2x-1)(x+1)}=\frac{a}{2x-1}+\frac{b}{x+1}$$

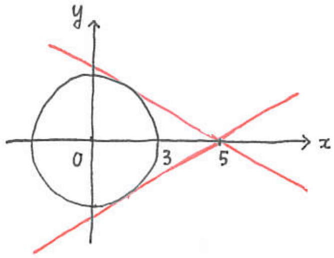
が成り立つなら $a=\boxed{ク}$，$b=\boxed{ケコ}$ である．

(3) xy 平面上の原点に中心を持つ，半径3の円に，点P(5, 0)から接線を引いた．このとき，接点は2つあり，それらの x 座標は $\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ である．また，接線の傾きは $\pm\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$ である．

(4) 第 n 項が

$$\frac{4}{n-\sqrt{4n+n^2}}$$

で表される数列の極限値は $\boxed{ソタ}$ である．



(3) 接線は傾きを m とすると，$y=m(x-5)$

すなわち，$mx-y-5m=0$ と表せるので

点と直線のキョリ公式より．

$3=\dfrac{|-5m|}{\sqrt{m^2+1}}$ ∴ 2乗して整理すると，$9(m^2+1)=25m^2$ ∴ $m^2=\dfrac{9}{16}$ ∴ $m=\pm\dfrac{3}{4}$

∴ 傾きは．$\underline{\pm\dfrac{3}{4}}$ 〃　　$x^2+\left\{\pm\dfrac{3}{4}(x-5)\right\}^2=9$ より $x^2+\dfrac{9}{16}x^2-\dfrac{45}{8}x+\dfrac{225}{16}=9$

∴ $(5x-9)^2=0$ 　∴ $\underline{x=\dfrac{9}{5}}$ 〃

(4) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{4}{n-\sqrt{4n+n^2}}=\lim_{n\to\infty}\frac{4(n+\sqrt{4n+n^2})}{(n-\sqrt{4n+n^2})(n+\sqrt{4n+n^2})}$

$\displaystyle=\lim_{n\to\infty}-\frac{n+\sqrt{4n+n^2}}{n}$

$\displaystyle=\lim_{n\to\infty}-1-\sqrt{1+\frac{4}{n}}=\underline{-2}$ 〃