

2016年工(A)第2問

 2  $k, a, b, c$  を実数とする.  $x$  の4次式  $x^4 - 4x^3 + 5x^2 + kx - 8$  を因数分解すると

$$(x^2 + ax + 4)(x^2 + bx + c)$$

となる. このとき,

- (1)  $c = \overset{-2}{\text{ケコ}}$  である.
- (2)  $a < b$  ならば,  $a = \overset{-3}{\text{サシ}}$ ,  $b = \overset{-1}{\text{スセ}}$  であり, このとき  $k = \overset{2}{\text{ソ}}$  となる.  
 $a \geq b$  ならば,  $a = \text{スセ}$ ,  $b = \text{サシ}$  であり, このとき  $k = \text{タチツ}$  となる.
- (3)  $(x^2 + ax + 4)(x^2 + bx + c) = 0$  を満たす正の実数  $x$  は,  $a < b$  のときは,  $\overset{-10}{\text{テ}}$  であり,  $a \geq b$  のときは,

$$\frac{\overset{3}{\text{ト}} + \sqrt{\overset{17}{\text{ナニ}}}}{\overset{2}{\text{ヌ}}}$$

である.

 (1) 因数分解された式を  $f(x)$  とおいて, 展開すると

$$f(x) = x^4 + (a+b)x^3 + (c+ab+4)x^2 + (ac+4b)x + 4c$$

$$\text{これと, } f(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 + kx - 8 \text{ の定数項を比べて, } 4c = -8 \quad \therefore \underline{c = -2}$$

 (2) 他の項もそれぞれ比べると,  $c = -2$  より

$$\begin{cases} a+b = -4 \\ ab+c+4 = 5 \\ ac+4b = k \end{cases} \iff \begin{cases} a+b = -4 \\ ab = 3 \\ -2a+4b = k \end{cases}$$

$$\text{解と係数の関係より, } a, b \text{ は } x^2 + 4x + 3 = 0 \quad \therefore (x+3)(x+1) = 0 \quad \therefore x = -3, -1$$

$$a < b \text{ ならば } a = -3, b = -1 \text{ このとき, } k = 2$$

$$a \geq b \text{ ならば, } a = -1, b = -3 \text{ このとき, } k = -10$$

$$(3) a < b \text{ のとき, } \underbrace{(x^2 - 3x + 4)}_{x^2 - 3x + 4 = 0 \text{ は実数解なし}} (x^2 - x - 2) = 0 \quad \therefore x > 0 \text{ より } \underline{x = 2}$$

$$a \geq b \text{ のとき, } \underbrace{(x^2 - x + 4)}_{x^2 - x + 4 = 0 \text{ は実数解なし}} (x^2 - 3x - 2) = 0 \quad x > 0 \text{ より } \underline{x = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}}$$