

2012年 工芸科学 第4問

4 p を自然数とし、 r を1より大きい実数とする。数列 a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) は次の条件 (i), (ii), (iii) をすべて満たしている。

$$(i) a_n = r^{n-1} + \frac{1}{r^{n-1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(ii) a_2 = p$$

$$(iii) a_3 \leq 13$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数 n について、 $a_{n+2} = pa_{n+1} - a_n$ が成り立つことを証明せよ。
- (2) p および r の値を求めよ。
- (3) m を自然数とする。 $2m$ 個の数 a_1, a_2, \dots, a_{2m} のうち、3の倍数であるものすべての和を求めよ。