



2012年 医学部 第2問

2  $\angle A = 30^\circ$ ,  $AB = AC = 4$  をみたす  $\triangle ABC$  において, 点  $C$  を点  $P_1$  として,  $\triangle P_1Q_1P_2$  が正三角形になるように, 辺  $AB$  上に点  $Q_1$ , 辺  $AC$  上に点  $P_2$  をとる. 次に, 図のように,  $\triangle P_2Q_2P_3$  が正三角形になるように, 辺  $AB$  上に点  $Q_2$ , 辺  $AC$  上に点  $P_3$  をとる. 以下同様にして,  $\triangle P_nQ_nP_{n+1}$  が正三角形になるように, 辺  $AB$  上に点  $Q_n$ , 辺  $AC$  上に点  $P_{n+1}$  をとる. ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )



$\triangle P_nQ_nP_{n+1}$  の面積を  $S_n$ ,  $\triangle Q_nP_{n+1}Q_{n+1}$  の面積を  $T_n$  とする.

- (1)  $BC$  と  $P_1P_2$  の長さを, 二重根号を用いない形で求めよ.
- (2)  $S_1, T_1$  の値を求めよ.
- (3)  $S_n$  を  $n$  を用いて表せ. また,  $S_n < \frac{1}{1000}$  をみたす最小の  $n$  の値を求めよ.
- (4)  $T_n$  を  $n$  を用いて表せ. また, 和  $\sum_{n=1}^5 T_n$  の値を求めよ.