0002101278987999

埼玉工業大学

2015年 工（A） 第4問

数理 石井K

4 放物線 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$ 上の点 $\left(4,\ \frac{17}{2}\right)$ における接線を ℓ とする．

(1) 点 $(4,\ 0)$ を通り，接線 ℓ に直交する直線 m の方程式は

$$y = -\frac{\boxed{モ}}{\boxed{ヤ}}x + \boxed{ユ}$$

1, 4, 1

である．

(1) $y' = x$ より

$\ell : y = 4(x-4) + \frac{17}{2}$

$\therefore m : y = -\frac{1}{4}(x-4)$

$\therefore m : y = -\frac{1}{4}x + 1$ //

(2) この放物線と直線 m の2つの交点の x 座標をそれぞれ α, β（ただし $\alpha > \beta$）とすれば α は

$$\alpha = \frac{-\boxed{ヨ} + \sqrt{\boxed{ラリ}}}{\boxed{ル}}$$

1, 17, 4

である．

$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{4}x + 1\right) = 0$

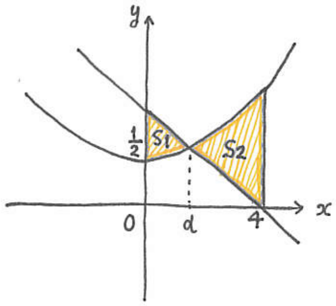
$\therefore 2x^2 + x - 2 = 0 \qquad \therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4} \qquad \therefore \alpha = \frac{-1+\sqrt{17}}{4}$ //

(3) この放物線と直線 m および直線 $x = 0$ で囲まれた図形のうち第1象限にある部分の面積を S_1，放物線と直線 m および直線 $x = 4$ で囲まれた図形の面積を S_2 とする．このとき2つの面積の差は

$$S_2 - S_1 = \frac{\boxed{レロ}}{3}$$

32

である．



$$S_2 - S_1 = \int_0^4 \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{4}x + 1\right) dx$$

$$= \int_0^4 \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}\ dx$$

$$= \left[\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x\right]_0^4$$

$$= \frac{32}{3} + 2 - 2$$

$$= \frac{32}{3}$$ //