

2016年工(A)第1問

 数理
石井
1 次の にあてはまるものを記入せよ。
 (1) 整式 $P(x)$ を $(x+1)^3$ で割ったときの余りが $x^2 - x + 1$ のとき、 $P(x)$ を $(x+1)^2$ で割った余りは、 ⁻³ アイ x である。

 (2) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{3}\right)^n \right\}$ の和は、 ^ウ ^エ $\frac{3}{2}$ である。

 (3) 正の整数 a, b について、 a を 5 で割ると余りが 2、 b を 5 で割ると余りが 3 である。積 ab を 5 で割ったとき、余りは ^オ となる。

 (4) 3つの数 4, a, b は、この順に等差数列をなし、 $a, b, 4$ は、この順に等比数列をなす。このとき $a =$ ^カ $, b =$ キク である。ただし、 a と b は等しくないとする。

-2

(1) $P(x)$ を $(x+1)^3$ で割ったときの商を $Q(x)$ とすると、

$$\begin{aligned} P(x) &= Q(x) \cdot (x+1)^3 + x^2 - x + 1 \\ &= Q(x) \cdot (x+1)^3 + (x+1)^2 - 3x \\ &= (x+1)^2 \{ Q(x) \cdot (x+1) + 1 \} - 3x \end{aligned}$$

 $\therefore P(x)$ を $(x+1)^2$ で割った余りは、 $-3x$

$$(2) \text{ (与式)} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

(3) $a = 5p + 2, b = 5q + 3$ (p, q は整数) と表せるので

$$\begin{aligned} ab &= (5p+2)(5q+3) \\ &= 5(5pq+3p+2q+1) + 1 \end{aligned}$$

 $\therefore ab$ を 5 で割った余りは、1
(4) 等差中項より、 $4 + b = 2a$ …①等比中項より、 $4a = b^2$ …②

$$\text{①} \cdot \text{②} \text{ より、} 2(4+b) = b^2$$

$$\therefore b^2 - 2b - 8 = 0$$

$$(b-4)(b+2) = 0$$

$$\therefore b = -2, 4 \quad \therefore (a, b) = (1, -2), (4, 4) \quad a \neq b \text{ より } \underline{a=1, b=-2}$$