2014年 総合科（理系） 第3問

$\boxed{3}$ 次の問いに答えよ．

(1) 等式 $\sin^4 x\cos^2 x+\cos^4 x\sin^2 x=\dfrac{1}{4}\sin^2 2x$ が成り立つことを示せ．

(2) $x=\dfrac{\pi}{2}-t$ とおくことにより，$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^4 x\cos^2 x\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 t\sin^2 t\,dt$ が成り立つことを示せ．

(3) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^4 x\cos^2 x\,dx$ の値を求めよ．