



2010年第5問

5 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  に関する以下の問に答えよ.  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  とおく.

- (1)  $A^2 - (a+d)A + (ad-bc)E = O$  を証明せよ.
- (2)  $a, b, c, d$  が有理数のとき,  $A^3 = 5E$  は成り立たないことを証明せよ.  $\sqrt[3]{5}$  は無理数であることを使ってよい.
- (3)  $a, b, c, d$  が実数のとき,  $A^6 = -E$  を満たす  $A$  の  $a+d$  と  $ad-bc$  の組  $(a+d, ad-bc)$  をすべて求めよ. その各々の組に対し, それを与える  $A$  の例を1つずつ記せ.