



2013年第5問

5 a, b を $a^2 + \frac{b^2}{6} = 1$ を満たす正の実数とする. 行列 $A = \begin{pmatrix} 2\sqrt{2}a & b \\ -b & -\sqrt{2}a \end{pmatrix}$ に対して, 以下の間に答えよ.

(1) 実数 p, q が $A^2 = pA + qE$ を満たすとき, p, q を a を用いて表せ. ただし, E は 2 次の単位行列とする.

(2) $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき, $\sum_{k=1}^{100} (-1)^k A^k$ を求めよ.

(3) $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ とし, m を正の整数とする. x と y についての方程式 $A^m \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ 0 \end{pmatrix}$ が $x = y = 0$ 以外の解をもつとき, m の満たす条件を求めよ.