

2012年 医学部 第3問

3 自然数  $n$  と 0 以上の整数  $m$  に対して,  $p_n = {}_{2n}C_n \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$ ,  $I_m = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^m x \, dx$  とおく. 次の問いに答えなさい.

- (1) すべての自然数  $n$  について  $\left(n + \frac{1}{2}\right) p_n^2 = \frac{b I_{2n}}{I_{2n+1}}$  が成り立つように, 定数  $b$  の値を求めなさい.
- (2)  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  のとき,  $\sin^m x > \sin^{m+1} x > 0$  であることを用いて, 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} p_n$  を求めなさい.