



2013年理学部第1問

1 a, b を 0 でない実数とし,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a^2 \\ -b^2 & 2ab \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

とする. さらに, 実数 p を, $B = A - pE$ が $B^2 = O$ を満たすように定める.

- (1) p を a, b を用いて表せ.
- (2) 自然数 n に対し,

$$A^n = sE + tB \quad (s, t \text{ は実数})$$

と表すとき, s, t を n, a, b を用いて表せ.

- (3) 自然数 n に対し,

$$A^n \begin{pmatrix} a \\ r \end{pmatrix} = q \begin{pmatrix} a \\ r \end{pmatrix}$$

を満たす実数 q と r を n, a, b を用いて表せ.