



2013年第5問

5  $a, b$  を  $a^2 + \frac{b^2}{6} = 1$  を満たす正の実数とする. 行列  $A = \begin{pmatrix} 2\sqrt{2}a & b \\ -b & -\sqrt{2}a \end{pmatrix}$  に対して, 以下の間に答えよ.

- (1) 実数  $p, q$  が  $A^2 = pA + qE$  を満たすとき,  $p, q$  を  $a$  を用いて表せ. ただし,  $E$  は 2 次の単位行列とする.
- (2)  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$  のとき,  $\sum_{k=1}^{100} (-1)^k A^k$  を求めよ.
- (3)  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$  とし,  $m$  を正の整数とする.  $x$  と  $y$  についての方程式  $A^m \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ 0 \end{pmatrix}$  が  $x = y = 0$  以外の解をもつとき,  $m$  の満たす条件を求めよ.