

2013年 医学部 第3問

3 曲線 $7x^2 + 2\sqrt{3}xy + 9y^2 = 30$ 上の点 (x, y) に対して, 変換

$$\begin{cases} X = x \cos \theta - y \sin \theta \\ Y = x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases}$$

を考える (ただし $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする). このとき X, Y のみたす式は

$$a(\theta)X^2 + b(\theta)XY + c(\theta)Y^2 = 30$$

となる. ただし, $a(\theta), b(\theta), c(\theta)$ は θ のみにより決まる定数である. いま, $b(\theta) = 0$ をみたす θ を θ_1 とする.

- (1) θ_1 を求めよ.
- (2) $a(\theta_1)X^2 + c(\theta_1)Y^2 = 30$ で囲まれた図形の面積を求めよ.
- (3) $a(\theta_1)X^2 + c(\theta_1)Y^2 = 30$ に内接する平行四辺形の面積の最大値を求めよ.