

2013年 医学部 第3問

3 曲線  $7x^2 + 2\sqrt{3}xy + 9y^2 = 30$  上の点  $(x, y)$  に対して, 変換

$$\begin{cases} X = x \cos \theta - y \sin \theta \\ Y = x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases}$$

を考える (ただし  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  とする). このとき  $X, Y$  のみたす式は

$$a(\theta)X^2 + b(\theta)XY + c(\theta)Y^2 = 30$$

となる. ただし,  $a(\theta), b(\theta), c(\theta)$  は  $\theta$  のみにより決まる定数である. いま,  $b(\theta) = 0$  をみたす  $\theta$  を  $\theta_1$  とする.

- (1)  $\theta_1$  を求めよ.
- (2)  $a(\theta_1)X^2 + c(\theta_1)Y^2 = 30$  で囲まれた図形の面積を求めよ.
- (3)  $a(\theta_1)X^2 + c(\theta_1)Y^2 = 30$  に内接する平行四辺形の面積の最大値を求めよ.