



2012年 基幹理工・創造理工・先進理工 第2問

2 初項を  $a_0 \geq 0$  とし、以下の漸化式で定まる数列  $\{a_n\}_{n=0,1,\dots}$  を考える.

$$a_{n+1} = a_n - \lfloor \sqrt{a_n} \rfloor \quad (n \geq 0)$$

ただし、 $\lfloor x \rfloor$  は  $x$  を超えない最大の整数を表す. つぎの問に答えよ.

- (1)  $a_0 = 24$  とする. このとき、 $a_n = 0$  となる最小の  $n$  を求めよ.
- (2)  $m$  を 2 以上の整数とし、 $a_0 = m^2$  とする. このとき、 $1 \leq j \leq m$  をみたす  $j$  に対して  $a_{2j-1}$ ,  $a_{2j}$  を  $j$  と  $m$  で表せ.
- (3)  $m$  を 2 以上の整数、 $p$  を  $1 \leq p \leq m-1$  をみたす整数とし、 $a_0 = m^2 - p$  とする. このとき  $a_k = (m-p)^2$  となる  $k$  を求めよ. さらに、 $a_n = 0$  となる最小の  $n$  を求めよ.