



2012年第2問

2 $\triangle OAB$ において $\vec{OA} = (-2, 1)$, $\vec{OB} = (1, 3)$ とし, \vec{OA} と \vec{OB} のなす角を θ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

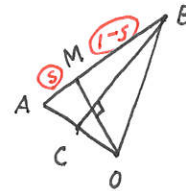
- (1) $\cos \theta$ の値を求めよ.
 (2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ.
 (3) OA の中点を C とし, AB 上に $OM \perp BC$ となるように点 M をとる. $AM : MB$ を求めよ.

$$(1) \cos \theta = \frac{\vec{OA} \cdot \vec{OB}}{|\vec{OA}| |\vec{OB}|} = \frac{-2+3}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{2}}{10} //$$

$$(2) 0^\circ < \theta < 180^\circ \text{ より } \sin \theta > 0$$

$$\therefore (1) \text{ より } \sin \theta = \sqrt{1 - \frac{2}{100}} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \frac{7\sqrt{2}}{10} = \frac{7}{2} //$$



$$(3) AM : MB = s : (1-s) \text{ とおくと}$$

$$\vec{OM} = (1-s)\vec{OA} + s\vec{OB} = (3s-2, 2s+1)$$

$$\text{また } \vec{OC} = \frac{1}{2}\vec{OA} = (-1, \frac{1}{2}) \text{ より } \vec{BC} = (-2, -\frac{5}{2})$$

$$\therefore OM \perp BC \text{ より } \vec{OM} \cdot \vec{BC} = -6s+4-5s-\frac{5}{2} = 0$$

$$\therefore 11s = \frac{3}{2}$$

$$s = \frac{3}{22}$$

$$\therefore AM : MB = \frac{3}{22} : \frac{19}{22} = \underline{\underline{3 : 19}} //$$