



2014年人文A第5問

5 正の整数  $n$  を

$$n = a_1 + a_2 + \cdots + a_k$$

のようにいくつかの正の整数の和として表す。このとき、正の整数の組  $(a_1, a_2, \dots, a_k)$  を  $n$  の分割とよぶ。ここで、 $k = 1$  の場合、すなわち  $n = a_1$  として  $(a_1)$  も  $n$  の分割とみなす。

いま、 $n$  の分割  $(a_1, a_2, \dots, a_k)$  であって、積  $a_1 a_2 \cdots a_k$  が最大となるものを  $n$  の最大分割と呼ぶことにし、その積の値を  $P(n)$  と書くことにする。

- (1)  $P(4)$  を求めなさい。
- (2)  $n > 1$  とする。  $n$  の分割  $(a_1, a_2, \dots, a_k)$  で  $a_1 = 1$  のものは最大分割でないことを示しなさい。
- (3) 最大分割に 2 が 3 回現れることはないことを示しなさい。
- (4) 最大分割に 5 以上の正の整数は現れないことを示しなさい。
- (5)  $P(20)$  を求めなさい。