

2016年工・情報・環境学部(A)第3問

3 大小2個のさいころを同時に1回投げるとき、大きいさいころの出た目を a 、小さいさいころの出た目を b とする。座標平面上の2点 $P(a, 0)$ 、 $Q(0, b)$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 直線 PQ の傾きが -1 となる確率を求めよ。
- (2) 直線 PQ の傾きが整数となる確率を求めよ。
- (3) 線分 PQ (両端を含まない) と直線 $y = -x + 3$ がただ1点で交わる確率を求めよ。

(1) PQ の傾きは $-\frac{b}{a}$ より

$$-\frac{b}{a} = -1 \iff a = b \quad \therefore (a, b) = (1, 1), (2, 2), \dots, (6, 6) \text{ の } 6 \text{ 通り}$$

$$\therefore \text{確率は } \frac{6}{36} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$$

(2) PQ の傾きとして考えられる整数は、 $-1, -2, -3, -4, -5, -6$

$$-\frac{b}{a} = -2 \iff b = 2a \quad \therefore (a, b) = (1, 2), (2, 4), (3, 6)$$

$$-\frac{b}{a} = -3 \iff b = 3a \quad \therefore (a, b) = (1, 3), (2, 6)$$

$$-\frac{b}{a} = -4 \iff b = 4a \quad \therefore (a, b) = (1, 4)$$

$$-\frac{b}{a} = -5 \iff b = 5a \quad \therefore (a, b) = (1, 5)$$

$$-\frac{b}{a} = -6 \iff b = 6a \quad \therefore (a, b) = (1, 6)$$

$$\text{以上より, } \frac{6+3+2+1+1+1}{36} = \underline{\underline{\frac{7}{18}}}$$

(3) 線分 PQ : $y = -\frac{b}{a}x + b$ ($0 < x < a$) より

$$-\frac{b}{a}x + b - (-x + 3) = 0$$

$$\frac{a-b}{a}x = -b+3 \quad \therefore \begin{cases} a \neq b \text{ のとき } x = \frac{a(3-b)}{a-b} \\ a = b \text{ のとき } \text{線分 } PQ \text{ と } y = -x+3 \text{ が } \text{重なり不適} \\ \qquad \qquad \qquad \underbrace{b=3 \text{ であるが}} \text{ のとき} \end{cases}$$

$$\text{よって, } a \neq b \text{ かつ } 0 < \frac{a(3-b)}{a-b} < a \iff a \neq b \text{ かつ } (b < 3 < a \text{ または } a < 3 < b)$$

$$\therefore (a, b) = (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (4, 1), (4, 2),$$

$$(5, 1), (5, 2), (6, 1), (6, 2) \text{ の } 12 \text{ 通り } \therefore \frac{12}{36} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$