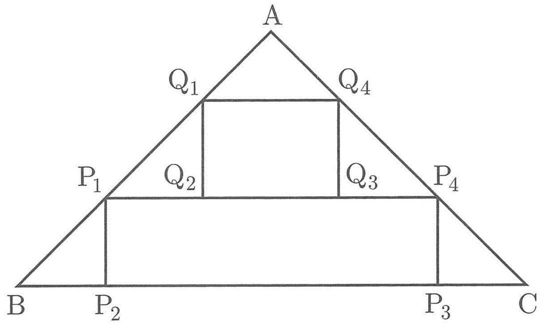
2015年 教育文化（理系） 第4問

4 下図の $\triangle\mathrm{ABC}$ は，$\angle\mathrm{A} = 90^\circ$ で $\mathrm{AB} = 1$ の直角二等辺三角形である．この $\triangle\mathrm{ABC}$ の中に下図のように長方形 $\mathrm{P_1P_2P_3P_4}$ と長方形 $\mathrm{Q_1Q_2Q_3Q_4}$ をおき，頂点 $\mathrm{P_1}$ と $\mathrm{Q_1}$ が線分 AB 上に，頂点 $\mathrm{P_4}$ と $\mathrm{Q_4}$ が線分 AC 上にあるようにする．さらに，頂点 $\mathrm{P_2}$ と $\mathrm{P_3}$ がともに線分 BC 上に，頂点 $\mathrm{Q_2}$ と $\mathrm{Q_3}$ がともに線分 $\mathrm{P_1P_4}$ 上にあるようにする．$x = \mathrm{BP_2}$，$y = \mathrm{P_1Q_2}$ とするとき，次の各問に答えよ．



(1) 長方形 $\mathrm{P_1P_2P_3P_4}$ の面積と長方形 $\mathrm{Q_1Q_2Q_3Q_4}$ の面積の和を x と y を用いて表せ．

(2) x の値を固定して y の値を変化させるとき，長方形 $\mathrm{P_1P_2P_3P_4}$ の面積と長方形 $\mathrm{Q_1Q_2Q_3Q_4}$ の面積の和の最大値を $S(x)$ とおく．このとき，$S(x)$ を，x を用いて表せ．

(3) x の値を変化させるとき，(2) で求めた $S(x)$ の最大値を求めよ．