



2016年文系第2問



2 4次方程式

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 2 = 0 \quad \dots\dots (*)$$

について、次の問いに答えなさい。ただし、虚数単位を i とする。

- (1) $x = i$ が (*) の解であることを示しなさい。
 (2) (*) のすべての解を求めなさい。

(1) (*) の左辺を $f(x)$ とおくと

$$\begin{aligned} f(i) &= i^4 + 2i^3 + 3i^2 + 2i + 2 \\ &= 1 - 2i - 3 + 2i + 2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore x = i$ は (*) の解である \square

(2) (*) は実数係数の方程式なので

(1) より、 $x = i$ に共役な複素数 $x = -i$ も (*) の解である

$\therefore (*) \iff (x-i)(x+i)(x^2+ax+b) = 0$ と表せる

$$\iff (x^2+1)(x^2+ax+b) = 0$$

$$\begin{array}{r} \overline{x^2+2x+2} \\ x^2+1 \overline{) x^4+2x^3+3x^2+2x+2} \\ \underline{x^4+ x^2} \\ 2x^3+2x^2+2x \\ \underline{2x^3 +2x} \\ 2x^2+2 \\ \underline{2x^2+2} \\ 0 \end{array}$$

$$x^2+2x+2=0 \quad \text{より} \quad x = -1 \pm i$$

\therefore すべての解は、 $x = \pm i, -1 \pm i$ //