

2016年 医学部 第2問

2 n 枚のカードの表（おもて）面に相異なる整数値が書かれている。ただし、どのような数値が書かれているのかはあらかじめわかっていない。

はじめにすべてのカードが裏返しでおかれている。ここから1枚ずつ好きなカードをめくっていき、書かれている数値が n 枚のカードの中で最大だと思ったらめくるのをやめる1人ゲームを考える。 n 枚のカードをすべてめくり終えてしまった場合、次にめくるカードがないのでゲームは終了である。

ゲームの勝敗は、最後にめくったカードに書かれていた数値が n 枚のカードの中で最大であれば勝ち、そうでなければ負けとする。

n 未満の自然数 k について以下の戦略 S_k を考える：

はじめの k 枚までは必ずめくり、その k 枚に書かれていた数値のうち最大のものを M とする。 $k+1$ 枚目以降で M より大きな数が書かれたカードをめくったら、ただちにめくるのをやめる。

戦略 S_k にしたがった場合に、このゲームに勝つ確率を $P_{n,k}$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $P_{3,1}$ を求めよ。
- (2) i を $k+1$ 以上、 n 以下の整数とする。戦略 S_k にしたがった場合に、ちょうど i 枚のカードをめくって勝つ確率を求めよ。
- (3) n が十分に大きいとき、戦略 S_k を使ってどのくらい勝つことが出来るのかを考えてみよう。 n に対してどのくらいの k を用いるかによって勝てる確率は変わる。簡単にするため、 $n=3p$ の場合を考える。ただし、 p は自然数である。このとき $k=p$ として、極限值

$$\lim_{p \rightarrow \infty} P_{n,k}$$

を求めよ。