安田女子大学

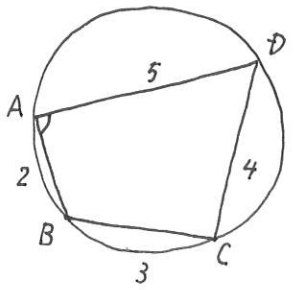
2013年 文学部（A日程）第3問

数理 石井K

3 円に内接する四角形ABCDにおいて，AB＝2，BC＝3，CD＝4，DA＝5とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) cos∠BADの値を求めよ．

(2) 四角形ABCDの面積を求めよ．



(1) $\angle BAD = \theta$ とおくと，四角形ABCDは円に内接していることより，$\angle BCD = 180^\circ - \theta$

∴ 余弦定理より．

$BD^2 = 2^2 + 5^2 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cos\theta$ ・・・①

$BD^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos(180^\circ - \theta)$ ・・・②

$\cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$ と①，②より

$4 + 25 - 20\cos\theta = 9 + 16 + 24\cos\theta$

$\therefore 44\cos\theta = 4$ $\therefore \cos\theta = \frac{1}{11}$ //

(2) $0^\circ < \theta < 180^\circ$ より $\sin\theta > 0$

∴ (1)より $\sin\theta = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{11}\right)^2} = \frac{2\sqrt{30}}{11}$

また，$\sin(180^\circ - \theta) = \sin\theta$ より

四角形ABCDの面積をSとおくと．

$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \frac{2\sqrt{30}}{11} + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{2\sqrt{30}}{11}$

$= 11 \cdot \frac{2\sqrt{30}}{11}$

$= 2\sqrt{30}$ //