0001880549118999

津田塾大学

2014年 学芸（英文） 第1問

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) 不等式 $|y|<|x|$ の表す領域を図示せよ．

(2) 不等式 $|y|<|x|$ の表す領域が不等式 $(x-a)^2+(y-b)^2 \leqq 1$ の表す領域を含むための点 $(a,\ b)$ の条件を求め，その条件を満たす点 $(a,\ b)$ の範囲を図示せよ．

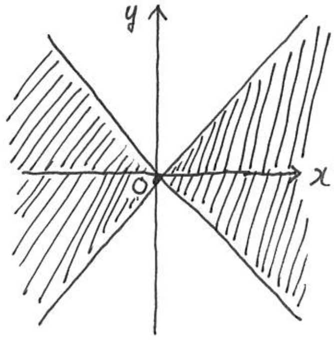
(1) (i) $x \geqq 0,\ y \geqq 0$ のとき，$y < x$

(ii) $x \geqq 0,\ y < 0$ のとき，$-y < x \quad \therefore y > -x$

(iii) $x < 0,\ y \geqq 0$ のとき，$y < -x$

(iv) $x < 0,\ y < 0$ のとき $-y < -x \quad \therefore y > x$

$\therefore$ 右のようになる．ただし，$y = \pm x$ の境界線は含まない



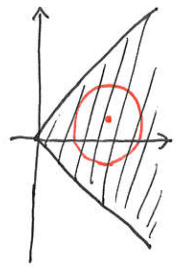
(2) まず，$a \geqq 0,\ b \geqq 0$ として考える．

円の中心 (a, b) が $y < x$ をみたし，かつ

$y = x$ と円が交点をもたなければよいので，

$b < a$ かつ $\dfrac{|a-b|}{\sqrt{1^2+1^2}} > 1 \iff b < a$ かつ $a - b > \sqrt{2}$

$b < a - \sqrt{2}$



同様に，$a \geqq 0$，$b < 0$ のとき，

$b > -a$ かつ $\dfrac{|a+b|}{\sqrt{1^2+1^2}} > 1 \iff b > -a$ かつ $a + b > \sqrt{2}$

$a < 0$ のときは，図形と領域の対称性から

$a \geqq 0$ の場合を用いるとよい

$\therefore$ 右図の斜線部分（境界線は含まない）

条件は，$\sqrt{2} - a < b < a - \sqrt{2}$

または

$a + \sqrt{2} < b < -a - \sqrt{2}$