



2016年 経済学部 第3問

3 次の条件を満たす整数の組 (x, y) を考える.

$$4x + 7y = 1$$

$$x > 0$$

このとき、条件を満たす x を小さい順に、 x_1, x_2, x_3, \dots とする.

- (1) x_1 を求めよ.
 (2) k を自然数とすると、 x_k を k の式で表せ.
 (3) $x = x_k$ のときの y を y_k とする. y_k を k の式で表せ.

$$(1) x=1 \text{ のとき } 4x+7y=1 \text{ より } y = -\frac{3}{7} \therefore \text{不適}$$

$$x=2 \text{ のとき } 4 \cdot 2 + 7y = 1 \therefore y = -1$$

$$\therefore \underline{x_1 = 2} \text{ 〃}$$

$$(2) 4x + 7y = 1 \dots \textcircled{1}$$

$$4 \cdot 2 + 7 \cdot (-1) = 1 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ より } 4(x-2) + 7(y+1) = 0$$

$$\therefore 4(x-2) = -7(y+1)$$

4と7は互いに素より、 $x-2$ は7の倍数であるから

$$x-2 = 7m \text{ (} m \text{ は整数) と表せば } \therefore x = 7m+2$$

$$x > 0 \text{ より } m = k-1 \text{ を代入して } \underline{x_k = 7k-5} \text{ 〃}$$

$$(3) x_k = 7k-5 \text{ を } 4(x_k-2) = -7(y_k+1) \text{ に代入して}$$

$$28(k-1) = -7(y_k+1)$$

$$\therefore y_k+1 = -4(k-1)$$

$$\therefore \underline{y_k = -4k+3} \text{ 〃}$$