西南学院大学

2014年 商・国際文化 第3問

数理石井K

$\boxed{3}$ 数列 $\{\beta_n\}$ の階差数列が，初項3，公差2の等差数列であるとし，$\beta_1=1$ とする．2次方程式

$$x^2-a_nx+b_n=0$$

の2つの解が β_n，β_{n+1} となるとき，次の問に答えよ．

(1) $b_2=\boxed{\text{ナニ}}$ である． 36

(2) $a_9=\boxed{\text{ヌネノ}}$ である． 181

(3) $x^2-a_nx+b_n$ の最小値を M_n とすると，数列 $\{M_n\}$ の階差数列は，初項 $\boxed{\text{ハヒ}}$，公差 $\boxed{\text{フヘ}}$ の等差数列となる． −4　−2

(1) $\beta_n=\beta_1+\sum_{k=1}^{n-1}\{3+(k-1)\cdot 2\}$　$(n\geqq 2)$

$=1+\sum_{k=1}^{n-1}(2k+1)$

$=n(n-1)+n-1+1$

$=n^2$　これは $n=1$ のときも成り立つ

$\therefore\ \beta_2=4,\ \beta_3=9$

$x^2-a_2x+b_2=0$ の解は $x=4,\ 9$

解と係数の関係より，$\underline{b_2=4\cdot 9=36}$ //

(2) $x^2-a_9x+b_9=0$ の解は，$x=81,\ 100$

$\therefore$ 解と係数の関係より，$\underline{a_9=81+100=181}$ //

(3) $x^2-a_nx+b_n=\left(x-\frac{a_n}{2}\right)^2-\frac{1}{4}a_n^2+b_n$　$\therefore\ M_n=-\frac{1}{4}a_n^2+b_n$ …①

また，(1)，(2) と同様に解と係数の関係より，$a_n=n^2+(n+1)^2$，$b_n=n^2(n+1)^2$ …②

①，② より，$M_n=-\frac{1}{4}\{n^2+(n+1)^2\}^2+n^2(n+1)^2$

$=-\frac{1}{4}\{n^2-(n+1)^2\}^2$

$=-n^2-n-\frac{1}{4}$

$\therefore$ 階差数列は，$M_{n+1}-M_n=-(n+1)^2-(n+1)-\frac{1}{4}-\left(-n^2-n-\frac{1}{4}\right)$

$=-2n-2$　$\therefore$ $\underline{\text{初項 } -4，\text{公差 } -2}$ //